

## ERGODICITÁS A PÉNZÜGYEKBEN

*Hozzászólás Bélyácz Iván tanulmányához<sup>1</sup>*

*Berlinger Edina*

Mutatok néhány konkrét pénzügyi példát arra, amikor az ergodikus hipotézis megalapozottnak tűnik, és arra is, amikor nem. Az a sejtésem, hogy azok a feladatok, amelyek csak a kockázatok előrejelzését igénylik (például derivatív árazás, banki kockázatkezelés), megvalósíthatók a múltbeli adatok tanulmányozásával. Ha azonban szükség van a várható hozam becslésére is (például hozam-előrejelzés, teljesítménymérés), akkor a múltbeli adatok alapján levont következtetések megbízhatatlanná válnak. A hosszú táv sem feltétlenül növeli a stabilitást, hiszen sokszor akkor sem tudunk többet mondani a folyamatokról, ha történelmi léptékekben vizsgálódunk; más esetekben azonban számíthatunk arra, hogy a történelem ismétli önmagát.<sup>2</sup>

*JEL-kódok:* G1, G2

*Kulcsszavak:* ergodicitás, opcióárazás, banki kockázatkezelés, kockázati prémium rejtélye, logoptimális portfóliók, teljesítményértékelés

### 1. BEVEZETŐ

Ezt a tanulmányt Bélyácz (2017) ergodicitásról szóló írása és az azt követő, élénk szakmai vita inspirálta. Az a célom, hogy bemutassak néhány olyan konkrét pénzügyi problémát, amelynek kapcsán az ergodicitás kérdésköre előtérbe kerülhet.

Bélyácz (2017) arra hívta fel a figyelmet, hogy a (neo)klasszikus közgazdaságtanban kimondottan vagy kimondatlanul a gazdasági folyamatok ergodicitásából indulnak ki. Ez lényegében azt jelenti: hisznek abban, hogy a múlt tanulmányozása révén a valószínűség-eloszlás megismerhető, így a gazdasági szereplőknek végeredményben nem bizonytalansággal, hanem kockázattal kell szembesülniük, ami pedig mérhető, árazható, kereskedhető, fedezhető, tehát kvantitatív módszerekkel jól kezelhető. Bélyácz (2017, 52. o.) egyértelműen helyteleníti ezt a megköze-

<sup>1</sup> BÉLYÁ CZ IVÁN (2017): Az ergodicitás vitatott szerepe a (pénzügyi) közgazdaságtanban (*Gazdaság és Pénzügy*, 4. évf. 1. sz. 3–58. o.)

<sup>2</sup> A kutatást a Magyar Tudományos Akadémia Bolyai János Kutatási Ösztöndíj programja támogatta.

lítést: „Az ergodicitás relevanciájával kapcsolatos feltevést azért érezzük hamisnak, mert kétségeink vannak a gazdasági folyamatok időtlenségével és változtathatatlanságával kapcsolatban.”

Az ergodicitásra számos definíció létezik. Simonovits (2017, 126. o.) megfogalmazásában „az ergodicitás az időinvariáns-determinisztikus dinamikai rendszer stabilitásának sztochasztikus általánosítása”, azaz egy folyamat akkor ergodikus, ha a keresztmetszeti eloszlás időben egy stabil határeloszláshoz tart. Mellár (2017, 100. o.) szerint „az ergodicitás nagyon leegyszerűsítve azt jelenti, hogy a gazdasági folyamatok időbeli alakulása egy periodikusan ismétlődő, szabályos folyamat, amelynek jellemzői azonosíthatóak és matematikai-statisztikai eszközökkel megragadhatóak”. Harcsa (2017, 61. o.) – Bélyácz (2017)-hez hasonlóan – a kockázat versus bizonytalanság dichotómiában látja az ergodicitásvita lényegét. Medvegyev (2017, 112. o.) úgy fogalmaz, hogy egy sztochasztikus folyamat akkor ergodikus, ha létezik az egyes trajektóriák mentén az időbeli átlag határértéke a végtelenben. Peters (2011), illetve Peters és Klein (2013) ennél szigorúbb definíciót használnak, amely szerint az ergodicitáshoz szükség van a hosszmetzeti (időbeli) és a keresztmetzeti (térbeli) eloszlások átlagának egyezőségére. Horst (2008) pedig így kezdi az ergodicitás közgazdaságtani szerepéről írt cikkét a New Palgrave Dictionaryben: „Egy sztochasztikus rendszert akkor nevezünk ergodikusnak, ha a valószínűség-eloszlás határértékben független a kezdeti feltételektől. Az ergodicitás megszűnése teret ad az útvonalfüggőségnek. Ahol útvonalfüggőség van, ott már számít a történelem.” Ezután Horst (2008) bemutat néhány közgazdasági modellt, amelyekben az ergodicitás nem teljesül, például az endogén módon alakuló egyéni preferenciák, a dinamikus populációs játékokban alkalmazott sztochasztikus stratégiaváltások vagy egyéb dinamikus társadalmi interakciók miatt.

Az „ergodicitás vagy nemergodicitás” kérdésre adható válasz nyilván függ attól, hogy milyen folyamatról és milyen időtávon gondolkodunk, illetve, hogy milyen pontosságot követelünk meg. Az alábbiakban néhány konkrét pénzügyi alkalmazás kapcsán járom körül ezeket a kérdéseket.

## 2. SZTOCHASZTIKUS FOLYAMATOK ÉS ESZKÖZÁRAZÁS

Tegyük fel, azt a feladatot kapjuk a főnökünktől, hogy jelezzünk előre valamely fontos pénzügyi mutatószámot (árfolyam, hozam, jövedelem stb.) egy meghatározott jövőbeli időpontra. Ekkor alapvetően két módszerhez folyamodhatunk: egyrészt a racionális várakozások elvének megfelelően minden elérhető információt feldolgozva, minden komplex összefüggést figyelembe véve, a legjobb elméleti modellt felhasználva meghatározhatjuk a véletlen változó térbeli (kereszt-

metszeti) eloszlását, és abból számíthatunk várható értéket; másrészt, ha adott a változó múltbeli időszora, akkor kiszámíthatjuk a realizációk időbeli (hosszmetszeti) átlagát. Ha egy folyamat (szigorú értelemben) ergodikus, akkor a két átlag (aszimptotikusan) megegyezik. Ezért ha biztosak lehetünk abban, hogy a vizsgált folyamat ergodikus, akkor a ránk bízott feladatot nagyon egyszerűen és gyorsan el tudjuk végezni, hiszen csak a megfigyelések átlagát kell kiszámolni, az előrejelzésünk pedig annál pontosabb lesz, minél hosszabb idősor áll rendelkezésre. Ha azonban a folyamat nem ergodikus, akkor az időbeli átlag teljesen félrevezető.

Tekintsük az egyik legegyszerűbb és legnépszerűbb sztochasztikus folyamatot, a geometrikus Brown-mozgást (GBM). Ha az  $x$  valószínűségi változó GBM-et követ, akkor  $dt$  végtelenül rövid idő alatt az  $x$  megváltozása felbontható trendhatásra és véletlenre:

$$dx = \mu x dt + \sigma x dW, \quad (1)$$

ahol  $\mu$  a trendváltozó,  $\sigma$  a volatilitás és  $dW$  a véletlent megtestesítő ún. Wiener-tag, ami sztenderd normális eloszlású, független valószínűségi változó (Hull, 2015).

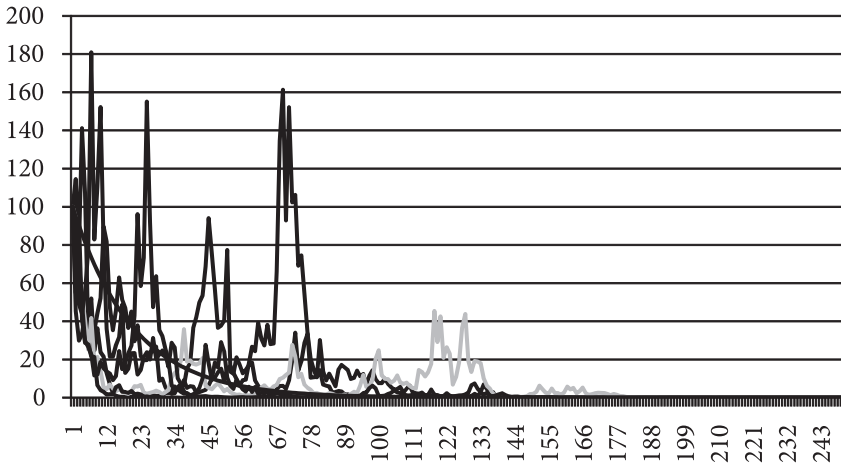
Könnyen belátható, hogy a GBM-folyamat nem ergodikus, mivel nem teljesül az idő- és térbeli átlagok azonossága (Peters, 2011; Peters–Klein, 2013). A keresztmetszeti átlagolású exponenciális növekedési ütem ugyanis  $\mu$ , míg a hosszmetszeti átlagolású exponenciális növekedési ütem határértéke a végtelenben ennél kevesebb:

$\mu - \frac{\sigma^2}{2}$ . A különbségtétel lényeges, például, ha a trend  $\mu = +5\%$ , akkor 45%-os

volatilitás mellett a realizált loghozamok átlaga  $-5\%$  lesz. Ha egy befektető minden vagyonát ebben az eszközben tartja, akkor a pozitív trend ellenére a vagyona a végtelenben 1 valószínűséggel a nullához tart, mivel az időbeli átlagolású exponenciális hozam várható értéke negatív. A nagy volatilitás miatt egy-egy rossz évben olyan mértékben csökkenhet a vagyona, hogy azt a pozitív várható hozam sem képes kompenzálni. Az 1. ábra ennek a folyamatnak néhány lehetséges trajektóriáját és a biztos  $-5\%$ -os pályát mutatja 250 év távlatában  $x_0 = 100$  kezdeti érték mellett.

## 1. ábra

**Geometrikus Brown-mozgás néhány trajektóriája,  $\mu = +5\%$  és  $\sigma = 45\%$**



Forrás: saját szimuláció

A GBM-folyamat jól illusztrálja, hogy nemergodikus folyamatok esetén milyen kevés információt hordoznak a múltbeli megfigyelések. Az első 70-80 évben a volatilitás dominál, és a legtöbb trajektória esetén még egyáltalán nem látszik a háttérben a csökkenő pálya, így észre sem vesszük, hogy az időbeli átlag felülbecsli a térbeli átlagot, vagyis a valós várható értéket.

Világos, hogy ha a GBM-modellben nem az árfolyamot, hanem egy  $\Delta t$  periódushoz tartozó loghozamot tekintünk valószínűségi változónak, akkor az már stationer és egyben ergodikus is, hiszen normális eloszlást követ  $\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t$  várható érték és  $\sqrt{\Delta t}$  szórás mellett, így a loghozamok időbeli és térbeli átlaga megegyezik, és a keresztmetszeti eloszlás a múltbeli realizációk alapján megismerhető.

A nevezetes opcióárazási formula, a Black–Scholes-képlet is azon a feltételezésen alapul, hogy az alaptermék árfolyama GBM-et követ (*Black–Scholes*, 1973). Az opció értékének meghatározásához az alaptermék prompt árfolyamán ( $x$ ) kívül „csak” a jövőbeli konstans volatilitást ( $\sigma$ ) kellene ismernünk, az árfolyam trendjét ( $\mu$ ) nem. Empirikus tény azonban, hogy a volatilitás nem konstans, hanem csomósodásra hajlamos (volatility clustering), azaz nyugalmasabb és volatilisabb időszakok váltogatják egymást. A fejlettebb opcióárazási modellekben ezért már nemcsak az árfolyam, de a volatilitás (és esetleg a kamatláb) is sztochasztikus; és ekkor már az a kérdés, hogyan modellezzük a faktorok együttes alakulását, és

hogy a múltbeli történések alapján megismerhetők-e ennek a többdimenziós folyamatnak a paraméterei, például a volatilitás volatilitása és a keresztkorrelációk. Hull és White (1987) megmutatja, hogy ha az árfolyam és a volatilitásnégyzet is egy-egy korrelálatlan GBM-folyamatot követ, akkor az magyarázatot ad a gyakorlatban tapasztalt „volatilitásmosoly” jelenségre, vagyis arra, hogy az egyfaktoros Black–Scholes-képlet jellemzően túlárazza az ATM (at the money) opciókat, és alulárazza a mélyen ITM (in the money) és OTM (out of the money) opciókat. Numerikus módszerekkel azt az esetet is megvizsgálják, amikor a két folyamat között a korrelációs együttható konstans, de nem nulla.

A legújabb tanulmányok azonban ennél is tovább mennek, és a korrelációt is sztochasztikus változónak tekintik (lásd Misik, 2015). Ez a logika persze a végtelességig továbbvihető, és egyre szofisztikáltabb modellek építhetők, amelyekhez akár a korrelációk közötti korrelációk volatilitásának a volatilitását kellene megbecsülni. Látható, hogy a pénzügyesek nem adják fel könnyen, a volatilitás- és korrelációmosolyok láttán nem csüggednek el, sőt újabb erőfeszítéseket tesznek arra, hogy letöröljék a mosolyokat, és az egyre bonyolultabb modelljeiket a valósághoz közelítsék. Eközben ragaszkodnak az ergodikus hipotézishez, amely szerint az eloszlások megismerhetők, a modellek kalibrálhatók, végső soron a bizonytalanságok kellő türelemmel kockázattá szelídíthetők, és becslatározhatók a megszokott kockázatkezelési eljárások keretei közé. Nem lehet nem értékelni ezt az elszántságot és virtuozitást.

### 3. KOCKÁZATKEZELÉS

A banki kockázatkezelés keretében lényegében azt a mutatót kell előadni, hogy nap mint nap meghatározzuk az aktuális portfólió összetételét, beazonosítjuk a portfólió értékére ható kockázati tényezőket, modellezzük a tényezők sztochasztikus viselkedését, és végső soron előállítjuk a teljes portfólió hozameloszlását. Ez az eloszlás lesz a kockázatkezelés alapja, hiszen csak ennek ismeretében tudjuk meghatározni a megfelelő kockázati mértéket, amelynek a segítségével végső soron meg kell tudnunk mondani, hogy mekkora legyen a lehetséges veszteségeket nagy valószínűséggel fedező tőkepuffer és a többi tartalék. Ha kevés a tőke, akkor vagy át kell rendezni a portfóliót, vagy újabb tőkét kell bevonni. Üzemszerűen kezelni kell a likviditást, figyelembe véve az aktuális likviditási trendeket. Folyamatosan össze kell vetni az előrejelzéseket a tényadatokkal, és ha túl nagy az eltérés, akkor újra kell tervezni a modelleket. Meg kell határozni a szervezet stratégiája alapján a kockázati étvágyat, és szét kell osztani az egyes szervezeti egységek között a kockázati limiteket. Ösztönözni kell az egyes egységeket és az alkalmazottakat, hogy a tulajdonosok, ügyfelek, társadalom(?) stb. érdekeit kövessék, és ne a

sajátjukat. Folyamatosan újra kell számolni a belső elszámolóárakat, és osztozni kell az eredménnyen vagy éppen a veszteségen. Termékeket kell tervezni az ügyfelek igényeinek megfelelően, és a termékeket árazni kell. Piacot kell szerezni, le kell hagyni a versenytársakat, túl kell élni a katasztrófahelyzeteket, meg kell felelni a hógolyószerűen növekvő szabályozói elvárásoknak. Át kell gondolni, hogy mit jelent a FinTech, milyen lesz a jövő bankja, innoválni kell. És még hosszan lehetne sorolni.

Az összes feladatról elmondhatjuk önmagában és együttesen is, hogy mind lételemeti, mind megismerési szempontból teljesen reménytelenek. Eltérő preferenciák esetén a közösségi döntéshozatal lehetetlen (Arrow, 1963), a többdimenziós sztochasztikus folyamatok megismerhetetlenek, az innovációs ugrások előre jelezhetetlenek, nincs manipulálhatatlan ösztönzőrendszer, a kockázati étvágy nehezen definiálható (Lamanda–Tamásné, 2015), nincs minden értelmes axiómának megfelelő osztzkodási szabály (Csóka–Pintér, 2016), sok a kezelhetetlen bizonytalanság, továbbá figyelembe kell venni a társadalmi kontextust és a történelmi meghatározottságot is. Ha túl egyszerű az árazó modell, akkor nem kezeli a komplexitást, és félreáraz; ha bonyolult, akkor nem transzparens, és gyanús, hogy csak szemfényvesztés. Mi sem könnyebb, mint kritizálni a banki kockázatkezelés mindennapos gyakorlatát. De mégis. A banki szabályozókat még annál is könnyebb kritizálni, hiszen valóban nevetségesek abbéli igyekezetükben, hogy nyomon kövessék az egész pénzügyi rendszer kockázatát, és megpróbáljanak a megfelelő pillanatban és a megfelelő módon beavatkozni nehezen megfogalmazható, sokszor egymásnak is ellentmondó céljaik érdekében. Az különösen vicces, amikor a saját beavatkozásaik nem várt mellékhatásaival (unintended consequences) küzdenek, vagy amikor mentegetik magukat, hogy miért nem látták előre a válságot, vagy miért nem fedezték fel hamarabb a csalást, stb.

Ha már eléggé kineveltük és lesajnáltuk őket, akkor esetleg megmondhatnánk, hogy mégis mit kellene csinálniuk a jelenlegi gyakorlat helyett. És mit tanítsunk az egyetemeken? Lehetetlenségi és megismerhetetlenségi tételeket, vagy lesütött szemmel néhány kockázatkezelési modellt is szabad ismertetnünk, amelyek aztán vagy működnek, vagy sem? Ha komolyan gondoljuk, hogy a gazdasági és pénzügyi folyamatok nem ergodikusak, akkor a jelenleg alkalmazott banki kockázatkezelési technikák nagy részét kidobhatjuk az ablakon. De mi lesz helyettük? „Szakértői” előrejelzések, madarak röpte, kávézacc?

#### 4. A KOCKÁZATI PRÉMIUM REJTÉLYE

*Mehra és Prescott (1985)* vetette fel először a kockázati prémiumok rejtélyét (equity premium puzzle), amely azóta is foglalkoztatja a pénzügyi közgazdászokat. A rejtély lényege, hogy az USA részvénytőzsdén 1889 és 1978 között – tehát relatíve hosszú időszakon keresztül – az átlagos kockázati prémium 6,18% volt, ami jóval magasabb annál, mint amit a sztenderd mikroökonómiai modellek alapján meg tudunk magyarázni. Igaz ugyan, hogy a kockázati prémium szórása is jelentős (16,67%), de az empirikus kísérletek tanúsága szerint az emberek ennyire azért nem kockázatelutasítók, többségük jóval kisebb kompenzációval megelégedne.

*Mankiw és Zeldes (1991)* megmutatta, hogy a hagyományos CRRA (constant relative risk aversion) hasznosságfüggvény keretrendszerében a piacon megfigyelhető kockázati prémium és szórás olyan kockázatkerülő befektetők feltételezésével lenne konzisztens, akik számára teljesen egyenértékű az alábbi két, A és B kifizetés:

A:     50% valószínűséggel 50 000 dollár nyeremény  
       50% valószínűséggel 100 000 dollár nyeremény

B:     100% valószínűséggel 51 200 dollár nyeremény

Nyilvánvaló, hogy a befektetők ennyire nem kerülnek a kockázatot, tehát valami más magyarázatot kell keresni. Amikor a valóság ütközik az elmélettel, akkor a feszültséget kétféleképpen oldhatjuk fel: vagy azt mondjuk, hogy a valóság nem is úgy van, vagy lecseréljük az elméletet. Ennek megfelelően a magyarázatok egy része arra hivatkozik, hogy más országokban és más időszakokban nem is volt olyan magas a kockázati prémium, vagy hogy csak a túlélési torzítás miatt tűnnek olyan magasnak a hozamok; és lehet úgy is érvelni, hogy a kb. 90 évnyi megfigyelési időszak édeskeves ahhoz, hogy a nagy volatilitásból kihámozzuk, mekkora lehet a hosszú távú, átlagos hozam(prémium).

A másik irányzat eközben lelkesen azon dolgozik, hogy a hasznosságelméletet lecserélje a kilátáselméletre, egyéb viselkedési hatásokat (pl. szűk keretezés) is beépítsen a döntési modellbe, vagy figyelembe vegyen olyan tényezőket, amelyek a sztenderd mikroökonómiai modellekből hiányoznak, például a likviditási kockázatot, az adórendszer hatását, az információs aszimmetriát és a tranzakciós költségeket. A téma iránti érdeklődést jól mutatja, hogy az eredeti cikkekre a Google Tudós szerint kb. 6500-an hivatkoztak, de sajnos az aha-érzés egyelőre elmaradt, a kérdés nem jutott nyugvópontra.

Pedig fontos lenne tudni, hogy a rendkívül magas kockázati prémium egy különleges időszaknak köszönhető, átmeneti jelenség, vagyis egy szerencsés véletlen volt csupán, vagy számíthatunk arra, hogy a múltban megfigyelt hozam-kockázat viszonyok a jövőben is fennmaradnak. Minden árazó képlet alapvető paramétere az elvárt (várható) kockázati prémium. Ha elhisszük, hogy nekünk a következő 90 évben is jár az évi 6,18% többlethozam (még ha nem is értjük, hogy miért), vagyis ha hiszünk az ergodicitásban, akkor annak számos mélyreható következménye lesz: a nyugdíj-megtakarításunk nagyobb részét fektetjük kockázatos eszközökbe; a kockázatkezelés nagyobb értéket teremt, ezért a pénzügyesek a jövőben is sokat fognak keresni; a vállalatvezetők pedig makacsul a rövid távú profitcélokra koncentrálnak, hiszen az erőteljes diszkontálás miatt a hosszú távú hatások senkit nem érdekelnek; és ugyanígy számíthatunk arra is, hogy a hosszú távú, felelős politikák vonzereje alacsony marad, a válságok pedig nagyon sokba fognak kerülni. Lehetséges, hogy a bolygó és azon belül az emberiség túlélése azon múlik, hogy mit gondolunk a pénzügyi piacok ergodicitásáról.

## 5. PORTFÓLIOKEZELÉS ÉS TELJESÍTMÉNYÉRTÉKELÉS

Lényegesen kevésbé fontos, mégis sokakat érdeklő kérdés, hogyan lehet meggazdagodni a tőzsdén. Milyen az optimális portfóliókezelési stratégia hosszú távon? Tegyük fel, hogy véges számú kockázatos eszközzel lehet kereskedni, és a portfóliónkat a múltbeli tapasztalatok alapján naponta újraprendezhetjük. Ha a piacok legalább gyenge értelemben hatékonyak, akkor a hozamok időben függetlenek, nincs memóriájuk, és a múltbeli adatok tanulmányozása nem ad semmiféle támpontot. Ha emellett a hozamok azonos eloszlásból is származnak (stacionerek), akkor a portfólió átrendezésének semmi értelme, sőt hosszú távon még értéket is rombol.

Ha ezzel szemben a piaci hozamok időben nem függetlenek, akkor lehetséges, hogy vannak ismétlődő mintázatok, amelyeket az ügyes kereskedő kihasználhat. *Algoet és Cover* (1988) megmutatta, hogy ha a hozamok ergodikusak (és stacionerek), akkor végtelen időtávon az ún. logoptimális portfólió a legjobb választás (amikor a cél a portfólió átlagos loghozamának maximalizálása a végtelenben), de ennek pontos meghatározásához ismernünk kellene magát a hozamgeneráló folyamatot. Sajnos, éppen az a probléma, hogy ezzel az információval általában nem rendelkezünk. Bizonyítható azonban, hogy léteznek olyan ún. univerzálisan konzisztens stratégiák, amelyek a végtelenben aszimptotikusan megközelítik a logoptimális portfólió átlagos növekedési ütemét (*Algoet és Cover*, 1988). Ezeknek az aszimptotikusan logoptimális stratégiáknak az az alapgondolata, hogy a legutóbbi ármintázathoz hasonlóakat keresünk a múltban, majd megvizsgáljuk,



hogy milyen portfóliósúlyok lettek volna optimálisak közvetlenül a mintázatok felbukkanása után, és ennek megfelelően rendezzük át a portfóliónkat most. Ezt az átrendezést azután minden nap elvégezzük. A mintázatok hasonlóságát többféleképpen lehet definiálni, így többféle logoptimális stratégia létezik (Györfi et al., 2006). Az empirikus vizsgálatok szerint a logoptimális stratégiák már véges (10-20 év) időtávon is meglepően jól működnek (Ormos et al., 2009), amit fenntartásokkal ugyan, de értelmezhetünk úgy is, mint sajátos bizonyítékot a hozamok ergodicitása mellett.

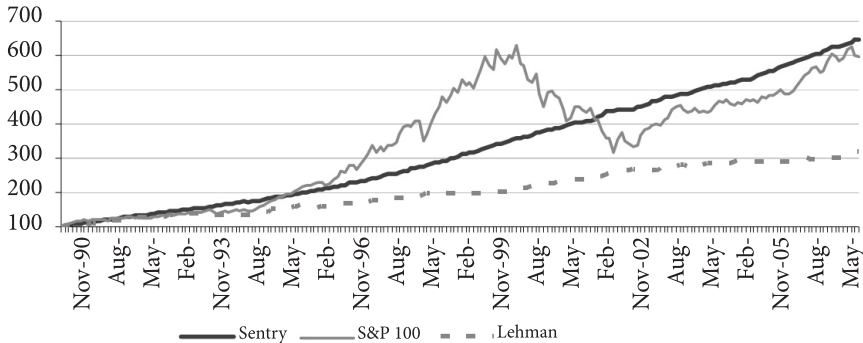
Vitatott kérdés azonban, hogy az aktív portfóliókezelés valóban tud-e értéket teremteni a szimpla „vedd meg az indexet, és ülj rajta” stratégiához képest. Azt gondolnánk, hogy az alapkezelők teljesítményének mérése nem lehet túl nehéz feladat, hiszen a teljesítmény egydimenziós, pénzben mérhető és nagyon sok megbízható adat áll rendelkezésre. Ennek ellenére a korrekt teljesítménymérés szinte megvalósíthatatlan.

Bodie et al. (2005) alapján tegyük fel, hogy egy alap hozama stacioner folyamatot követ, és az alapkezelő nagyon jól érti a dolgát, mert havi 0,2%-os hozamtöbbletet tud elérni stabilan, azaz éves szinten 2-3%-ot, ami kimagasló eredmény. Az alap bétája 1,2, a havi hozamok egyedi szórása 2%, a piaci portfólió havi hozamának szórása 6,5%, a korreláció 0,97. Ha hipotézisvizsgálatot végzünk a szokásos statisztikai módszerekkel, akkor 95%-os szignifikanciaszinthez 384 hónap, azaz 32 év hosszú megfigyelési időszakra van szükség. Javasolhatná valaki, hogy használjunk napi vagy még annál is rövidebb hozamokat a méréshez, de ennek semmi értelme, ha az alapkezelő több hónapos befektetési horizonttal dolgozik. Vagyis sajnos az alapkezelő szakmai karrierjének nagy része el fog telni, mire sikerül megállapítani, hogy nem szerencséje volt, hanem valóban kivételes képességei vannak. Ráadásul a gyakorlatban a hozamok egyáltalán nem stacionerek. Sőt – paradox módon – minél jobb időzítési képességekkel rendelkezik az alapkezelő, annál kevésbé lesz stacioner az alap hozama. Egy ügyes alapkezelő ugyanis a fellendülés előtt növeli a kitétséget, recesszió előtt pedig csökkenti, így az alap hozamának szórása a piaci trenddel együtt folyamatosan változik. Ilyen körülmények között már az sem biztos, hogy a nyugdíjig elkészülünk a méréssel.

Kétségtől van olyan esetek is, amikor különösebb méricskélés nélkül, szabad szemmel is magabiztosan meg tudjuk állapítani, hogy egy befektetési alap teljesítménye kimagasló. A 2. ábra mutatja egy speciális befektetési alap, a Fairfield Sentry relatív teljesítményét.

## 2. ábra

## A Fairfield Sentry befektetési alap relatív teljesítménye (1990–2007)



Forrás: Bloomberg

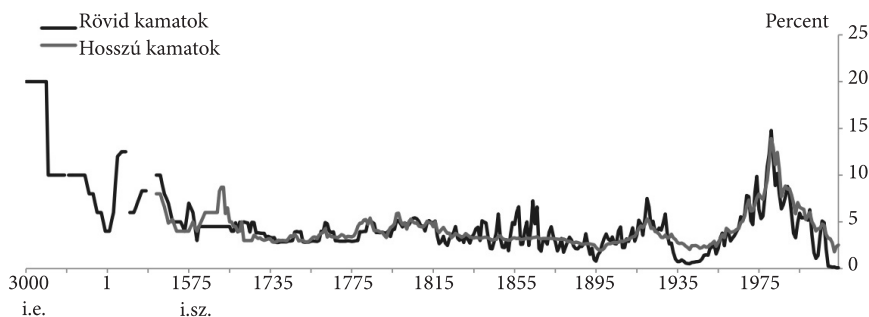
Az ábrán azt látjuk, hogy hogyan változott volna a vagyonunk az idők során, ha 1990 novemberében 100 dollárt fektettünk volna a Fairfield Sentry alapba, a Standard & Poors 100 passzív részvényalapba, illetve a Lehman kötvényalapba. A Fairfield Sentry körülbelül akkora hozamot hozott, mint a részvényindex, körülbelül akkora volatilitással, mint a kötvényindex. A Fairfield Sentry befektetői valószínűleg jólesően nyugtázták ezt az ábrát, és gratuláltak maguknak a remek befektetéshez anélkül, hogy különösebben elgondolkodtak volna az ergodicitás lételméleti és megismerésméleti aspektusain – de azon egészen biztosan meglepődtek, amikor 2008 végén az FBI nyomozni kezdett az alapkezelő, *Bernie Madoff* után, fény derült a világtörténelem legnagyobb pilótajátékára, és ennek következtében hirtelen óriási veszteséget kellett elkönyvelniük. Vajon erre az ugrásszerű veszteségre lehetett volna-e következtetni a múltbeli adatok alapján, vagyis ez része magának a sztochasztikus folyamatnak (ergodicitás), vagy egy előre jelezhetetlen, mindentől független külső hatás (nemergodicitás)? Ugyanígy, vajon a svájcifrank-hiteleseknek kellett volna-e számítaniuk kedvezőtlen ugrásokra az árfolyamban akkor is, ha előtte éveken keresztül zavartalanul élvezték az alacsonyabb hitelköltségeket? Szerintem igen: ami túl szép ahhoz, hogy igaz legyen, az valószínűleg nem is igaz. A pórul járt befektetők talán tanulnak a hibáikból, és áttérnek az adaptív várakozásokról a racionális várakozásokra – de az is lehet, hogy semmit nem értettek meg, és alig várják, hogy bele vessék magukat egy újabb őrült spekulációs buborékba, hogy minél gyorsabban visszanyerjék korábbi veszteségeiket.

## 6. HOSSZÚ TÁVÚ (IN)STABILITÁS

A banki kockázatkezelés időtávja 10 naptól (piaci kockázatok) 1 évig (hitelezési kockázatok) terjed, a derivatívák futamideje 1-2 év, az aktív portfóliókezelés és a teljesítményértékelés időhorizontja néhányszor 10 év, a kockázati prémiumok rejtélyéé pedig körülbelül egy évszázad. Mit mondhatunk a gazdasági folyamatokról ennél jóval hosszabb távlatban?

*Andrew Haldane*, a Bank of England vezető elemzője 2015-ben arról beszélt előadásában, hogy a fejlett gazdaságokban (Japánban 1995-től, az USA-ban, az Egyesült Királyságban és az euróövezetben 2009-től) a nominális kamatlábak beragadtak egy olyan alacsony szintre, amelyre az emberiség történetében korábban nem volt példa. Az okok között említi a globálisan alacsony növekedést, a Kelet túlzott megtakarítását, a Nyugat elégtelen beruházását, a romló demográfiai trendeket és az egyenlőtlenség növekedését. Mivel nem számít arra, hogy ezek a fundamentumok a jövőben látványosan megváltozzanak, előrejelzésében teljesen elszakad a múltbeli trendektől (vagyis az ergodicitástól), és azt jósolja, hogy a kamatlábak még sokáig ilyen alacsony szinten maradnak (Haldane, 2015).

### 3. ábra: Rövid és hosszú kamatok az elmúlt 5000 évben



*Megjegyzés:* A 18. század előtt a legalacsonyabb dokumentált kamatlábakat (Babilon, görög, római, bizánci birodalmak, Németalföld, Itália), a 18. század után pedig a világ vezető gazdaságaiban (UK és USA) mért kamatlábakat mutatja az ábra.

*Forrás:* Haldane (2015)

*Piketty* (2015) ezzel szemben úgy gondolja, hogy bizonyos összefüggések – például, hogy a tőke hozama ( $r$ ) magasabb, mint a gazdaság növekedési üteme ( $g$ ) – több száz éven keresztül stabilan fennállnak, és a kapitalista gazdaság valamiféle belső törvényszerűségtől hajtva, előbb-utóbb visszatér erre a pályára.

A gazdaság hosszú távú növekedését a technológiai fejlődés hajtja, ebben a közgazdászok többnyire egyetértenek. Ezért alapvető kérdés, hogy mit gondolunk az innovációs folyamat jellegéről: teljességgel öntörvényű és kiszámíthatatlan (bizonytalanság), vagy azért felfedezhetők benne statisztikai törvényszerűségek (kockázat)? Bár az előbbi megközelítés a népszerűbb, számos jel utal az utóbbira is. Például bizonyos felfedezések és találmányok sokszor időben egyszerre, egymástól függetlenül is létrejönnek; bizonyos folyamatok pontosan illeszkednek egy meghatározott pályához (pl. *Moore* törvénye)<sup>3</sup>. *Oliveira* és *Barabási* (2005) pedig empirikus tanulmányukban arra a meglepő eredményre jutottak, hogy *Darwin*, illetve *Einstein* papíralapú levelezésének dinamikája ugyanolyan hatványeloszlást mutat, mint a jelenkori, internetes email-kommunikációé (csak a kitevő különbözik némileg). Vagyis úgy tűnik, a technológiai fejlődés nem feltétlenül változtatja meg az emberi tevékenység lényegi vonásait.

Mások azonban éppenséggel azt gondolják, hogy a technológiai fejlődés mindent fölülír, nyakig ülünk a szingularitásban, és innentől fogva már semmi sem lesz olyan, mint azelőtt. Folyamatosan halljuk, hogy a mai fiatalok, a Z generáció egészen mások, mint a korábbi generációk a világtörténelemben: életük a világhálón zajlik, nehezen koncentrálnak, nem olvasnak, nem jegyzik meg az adatokat, nem tűrik a monotonitást, félnek az elköteleződéstől, stb. Mi lesz ebből? Az alábbi idézetek arra utalnak, hogy e tekintetben valószínűleg nincs újdonság a nap alatt:<sup>4</sup>

- „Fiatalságunk (...) rosszul nevelt, fittyet hány a tekintélyre és semmiféle tiszteletet nem tanúsít az idősek iránt. Manapság fiaink (...) nem állnak fel, amikor a helyiségbe belép egy idős ember, feleselnek a szüleikkel és fecsegnek ahelyett, hogy dolgoznának. Egyszerűen kiállhatatlanok.” (*Szókratész*, i. e. 470–399)
- „Nem táplálók többé semmiféle reményt országunk jövőjét illetően, ha holnap a mai fiatalok kerül hatalomra, mert ez a fiatalok kibírhatatlan, nem ismer mértéket, egyszerűen rettenetes.” (*Hésziodosz*, i. e. VII. sz. első fele)
- „A világ válságos helyzetbe került. A gyermekek nem hallgatnak többé a szüleikre. Nem lehet messze a világ vége.” (Ismeretlen egyiptomi szerzetes, kb. 2000 éve)
- „A fiatalok velejéig romlott. A fiatalok elvetemültek és semmirekellők. Soha sem lesznek olyanok, mint a régi idők fiatalai. A mai fiatalok nem lesznek képesek megőrizni kultúránkat.” (Babiloni agyagtábla, kb. 3000 éve)

3 *Moore* elhíresült jóslata szerint az integrált áramkörökben lévő tranzisztorok száma kb. kétévenként megduplázódik. Forrás: <http://www.economist.com/node/3798505>.

4 Forrás: [http://www.szepi.hu/irodalom/pedagogia/tped\\_o44.html](http://www.szepi.hu/irodalom/pedagogia/tped_o44.html)

Sajnos vannak olyan változások is, amelyek miatt igazán aggódhatunk. A globális felmelegedésre például biztosan nem mondhatjuk, hogy „nem újdonság a nap alatt”. Könnyen lehet, hogy a pénzügyi adatokban tapasztalható strukturális törések az igazán komoly környezeti és reálgazdasági törések (elő)hírnökei.

## 7. ÖSSZEFOGLALÁS

Számos egészen különböző pénzügyi példán keresztül elmélkedtünk az ergodicitásról, azaz a sztochasztikus folyamatok tapasztalati úton való megismerhetőségéről. Az első észrevételünk az, hogy a múltbeli adatok tanulmányozása alapján nem lehet egzakt módon megállapítani, hogy egy folyamat ergodikus-e vagy sem, erről legfeljebb csak sejtésünk lehet. Másrészt úgy tűnik, nem érdemes általános érvényű kijelentéseket tenni a gazdaság ergodicitásáról. Időnként kifejezetten hasznos lehet az idősorok elemzése – például a derivatívák árazása vagy a banki kockázatkezelés során –, máskor azonban teljesen félreorientálhat; erre utal például a részvénytőzsi prémiumok rejtélye, illetve az alapkezelői teljesítmény mérésének nehézsége.

Az a sejtésem, hogy minden olyan feladat, amelyik csak a kockázatok előrejelzését igényli (derivatív árazás, banki kockázatkezelés), megvalósítható, és ilyenkor nem kell feladni az ergodikus hipotézist. Ha azonban szükség van a várható hozam becslésére is (részvénytőzsi prémium előrejelzése, teljesítménymérés), akkor minden ingoványossá válik. Ennek az lehet az oka, hogy a pénzügyi idősorok nagyon zajosak, és a nagy volatilitás elfedi a várható hozamot. Minél rövidebb távon vizsgálódunk, a volatilitás nagyságrendileg annál inkább túlnő a várható hozamon, tehát a megfigyelési gyakoriság növelése nem igazán segít. Ha pedig a megfigyelési időszak hosszát növeljük, akkor biztosak lehetünk abban, hogy előbb-utóbb bekövetkezik egy-két trendtörés. Nem véletlen, hogy az empirikus tapasztalatok szerint a volatilitás megbízhatóan előre jelezhető, míg a várható hozam előrejelzése teljességgel illuzórikus.

Érdekes, hogy a hosszú táv sem feltétlenül növeli a stabilitást. Sokszor akkor sem tudunk többet mondani a folyamatokról, ha történelmi léptékekben vizsgálódunk, például a kamat-előrejelzésekben nem sokat segít, ha 5000 évre tekintünk vissza, és a hőmérséklet-előrejelzéseinkben sem támaszkodhatunk a múltbeli átlagokra. Más esetekben azonban talán számíthatunk arra, hogy a történelem ismétli önmagát. Már csak azt kellene tudni, melyek ezek az esetek.

## HIVATKOZÁSOK

- ALGOET, P. – COVER, T. (1988): Asymptotic optimality asymptotic equipartition properties of logoptimum investments. *Annals of Probability* 16, 876–898.
- ARROW, K. J. (1963): *Social choice and individual values*. Second Editon, New York and New Haven.
- BÉLI, MARCELL (2012): Kockázati prémiumok rejtélye Magyarországon. *Hitelintézet Szemle*, 11(5), 403–441.
- BÉLYÁZC IVÁN (2017): Az ergodicitás vitatott szerepe a (pénzügyi) közgazdaságtanban. *Gazdaság és Pénzügy*, 4(1), 3–58.
- BLACK, F. – SCHOLES, M. (1973): The pricing of options and corporate liabilities. *The Journal of Political Economy*, 81(3), 637–654.
- CSÓKA, P. – PINTÉR, M. (2016): On the impossibility of fair risk allocation. *The B.E. Journal of Theoretical Economics*, 16(1), 143–158.
- GYÖRFL, L.; LUGOSI, G.; UDINA, F. (2006): Nonparametric kernel-based sequential investment strategies. *Mathematical Finance*, 16, 337–357.
- HALDANE, A. G. (2015): Stuck. Speech. Open University Milton Keynes, <http://www.bankofengland.co.uk/publications/Documents/speeches/2015/speech828.pdf>
- HARCSA ISTVÁN (2017): Az ergodicitás tézise szélesebb összefüggésekben. *Gazdaság és Pénzügy*, 4(1), 59–70.
- HORST, U. (2008): Ergodicity and nonergodicity in economics. In: DURLAUF, S. N. – BLUME, L. E. [eds.]: *The New Palgrave Dictionary of Economics* (2<sup>nd</sup> ed.), Basingstoke, Hampshire New York: Palgrave Macmillan.
- HULL J. C., WHITE, A. (1987): The pricing of options on assets with stochastic volatilities. *The Journal of Finance*, 42, 281–300.
- HULL, J. C. (2015): *Options, Futures and other derivatives*. New York: Pearson.
- LAMANDA Zs. – TAMÁS V. Zs. (2015): Kockázatra éhezve. A kockázati étvágó keretrendszere a működési kockázatoknál. *Pénzügyi Szemle*, 2, 217–230.
- MANKIW, N. G. – ZELDES, S. P. (1991): The consumption of stockholders and nonstockholders. *Journal of Financial Economics*, 29, 97–111.
- MEDVEGYEV PÉTER (2017): Néhány megjegyzés a gazdasági folyamatok ergodikusságáról. *Gazdaság és Pénzügy*, 4(2), 112–121.
- MEHRA, R. – PRESCOTT, E. C. (1985): The equity premium. A puzzle. *Journal of Monetary Economics*, 15, 145–161.
- MELLÁR TAMÁS (2017): Ergodicitás és ami utána következik. Hozzászólás Bélyácz Iván tanulmányához. *Gazdaság és Pénzügy*, 4(2), 100–111.
- MISIK SÁNDOR (2015): Implicit korreláció a devizapiacokon. *Gazdaság és Pénzügy*, 2(4): 288–305.
- OLIVEIRA, J. G. – BARABÁSI, A. L. (2005): Human dynamics: Darwin and Einstein correspondence patterns. *Nature*, 437(7063):1251, DOI: 10.1038/4371251a.
- ORMOS, M. – URBÁN, A. – ZOLTÁN, T. (2009): Logoptimális portfóliók empirikus vizsgálata. *Közgazdasági Szemle*, LVI. évf. január, 1–18.
- PETERS, O. (2011): Optimal leverage from non-ergodicity. *Quantitative Finance*, 11:11, 1593–1602, DOI: 10.1080/14697688.2010.513338.
- PETERS, O. – KLEIN, W. (2013): Ergodicity breaking in geometric Brownian motion. *Physical Review Letters*, 110, 100603, DOI: 10.1051/jp1:1992238.
- PIKETTY, T. (2015): *A tőke a 21. században* (ford.: BALOGH-SÁRKÖZY ZSUZSANNA). Budapest: Kossuth Kiadó
- SIMONOVITS ANDRÁS (2017): Ergodelmélet és közgazdaságtan. Hozzászólás Bélyácz Iván cikkéhez. *Gazdaság és Pénzügy*, 4(2), 122–127.